|  |  |
| --- | --- |
| Asignatura | Cálculo Diferencial e Integral II |
| Unidad | Unidad 2. La integral definida. |
| Aprendizaje | * Realiza aproximaciones para el cálculo del área bajo una curva utilizando sumas de áreas a través de rectángulos inscritos y circunscritos y reconoce esta aproximación como un método general. * Relaciona el método de aproximación numérica para calcular el área con un proceso infinito |
| Temática | El área bajo una curva  La integral definida |

**Tema: Interpretación geométrica de la integral**

**Pantalla 1**

En la siguiente imagen se tiene “La representación de una integral definida”

Diagrama

Descripción generada automáticamente

La interpretación gráfica del resultado de una integral definida es el área bajo la curva de la función asociada, siempre que ésta sea continua en el intervalo de integración . Cumplido lo anterior, dada una función de variable real , la integral definida representa el área de la región del plano limitada entre la gráfica de la función, el eje y las rectas y .

|  |  |
| --- | --- |
| Gráfico  Descripción generada automáticamente  (Área bajo la curva 1) | Se puede observar que el área encerrada por la gráfica de la función tiene signo positivo cuando la curva de la función está sobre el eje , y negativa cuando está por debajo de éste. |

**Consideraciones para el cálculo del área**

Cuando se busca obtener el valor del área en un intervalo en el que se presentan subintervalos donde es positiva y negativa, se debe anteponer al cálculo del área que está por debajo del eje un signo negativo de manera que ésta se contabilice como positiva.

|  |  |
| --- | --- |
| Gráfico, Gráfico de líneas  Descripción generada automáticamente  (Área bajo la curva 2)  Si queremos saber el valor del área encerrada por el eje y la función en el intervalo , lo cual se expresa:  Al resolver la integral, obtendríamos que el valor es , lo cual es un resultado erróneo puesto que no se ha considerado que hay una región de área en el que la función es negativa. | Para obtener el valor correcto del área podemos contabilizarla en dos partes:  Área positiva:  Área negativa:  Para obtener el valor real del área, al área negativa se le antepone un signo negativo, resultando:  Por lo que el área encerrada por el eje y la función en el intervalo es: |

**Actividad**: Determina para cada gráfica el planteamiento de integrales adecuado para obtener el valor del área limitada por el eje , la función y las rectas y .

|  |  |
| --- | --- |
| Gráfico  Descripción generada automáticamente  (Área bajo la curva 3) |  |
| (Área bajo la curva 4) |  |
| (Área bajo la curva 5) |  |

**Retroalimentación:**

En caso de que alguna selección haya resultado incorrecta, puedes intentarlo nuevamente poniendo especial atención en los siguientes puntos:

* Los valores extremos de la integral corresponden a los valores de x en los que se encuentran las rectas que limitan horizontalmente el área que se desea encontrar.
* Cuando el área se encuentra por debajo del eje x, su valor resultará negativo, por lo que la integral que calcula dicha área debe estar precedida de un signo negativo.

**Pantalla 2**

**Aproximación al valor del área sin integrales**

Encontrar el valor del área para funciones constantes o lineales puede ser una tarea sencilla aún sin tener experiencia resolviendo integrales, ya que la forma de las regiones limitadas por estas curvas se puede descomponer como la suma de áreas de figuras geométricas conocidas, como cuadrados, triángulos y rectángulos.

|  |  |
| --- | --- |
| Diagrama  Descripción generada automáticamente con confianza media  (Área bajo la curva 6) | La gráfica delimitada por la función , el eje y las rectas y , puede ser calculada, de forma exacta, tomando el área del rectángulo y un cuadrado resultando 15 unidades cuadradas, como se observa. |

Existen áreas encerradas por funciones en las que resulta complicado hacer una división en figuras conocidas; es entonces cuando se pueden hacer aproximaciones al área por medio de rectángulos.

En las gráficas que se muestran se hacen aproximaciones al valor del área encerrada por la función , tomando cada vez una mayor cantidad de rectángulos. Para dicha aproximación se utilizan rectángulos cuya altura es el valor de la función para el extremo izquierdo de su base.

|  |  |
| --- | --- |
| ***2 rectángulos***    (Área bajo la curva 7) | ***4 rectángulos***    (Área bajo la curva 8) |
| ***8 rectángulos***    (Área bajo la curva 9) | ***16 rectángulos***    (Área bajo la curva 10) |

Observa que, en este caso, utilizando un mayor número de rectángulos lleva una mejor aproximación del valor del área porque los espacios que quedan entre la curva y los rectángulos van siendo menos significativos.

Utiliza la siguiente plantilla de *GeoGebra* del siguiente enlace <https://www.geogebra.org/calculator/wkx2p76h> para observar la aproximación al área encerrada por distintas funciones.

1) Primero debes ingresar los coeficientes de la función polinomial que vas a analizar, la cual puede ser constante (, lineal ) o cuadrática.

2) Después ingresa el intervalo en el que deseas calcular el área.

3) Finalmente, con ayuda del deslizador, modifica el número de rectángulos con el que se te pide aproximar el valor del área.

Apoyándote de la plantilla anterior, responde la siguiente actividad.

**Actividad**: Coloca correctamente los siguientes valores de área a la función y requerimientos que correspondan:

           

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Función e intervalo** | **Requerimiento** | **Valor de área** |
|  | Aproximación con 5 rectángulos |  |
| Aproximación con 12 rectángulos |  |
| Aproximación con 25 rectángulos |  |
| Área exacta |  |
|  | Aproximación con 4 rectángulos |  |
| Aproximación con 30 rectángulos |  |
| Aproximación con 80 rectángulos |  |
| Área exacta |  |
|  | Aproximación con 12 rectángulos |  |
| Aproximación con 60 rectángulos |  |
| Aproximación con 100 rectángulos |  |
| Área exacta |  |

**Retroalimentación:**

Si algún valor no se obtuvo de forma adecuada, puedes probar lo siguiente:

* Cuida introducir adecuadamente los coeficientes de la función y el intervalo que se solicita.
* Comprueba que indicaste la cantidad adecuada de rectángulos en cada caso.

**Un poco de interpretación física**

Es importante mencionar que la interpretación geométrica de la integral definida no se limita al cálculo de áreas limitadas por funciones, pues esto dependerá de la naturaleza de las magnitudes que representen los ejes coordenados.

**Por ejemplo:**

La siguiente gráfica describe la velocidad de un móvil (eje Y) con respecto al tiempo (eje X), siendo el área bajo la curva que ha recorrido el móvil en el intervalo de tiempo considerado, es decir:

|  |  |
| --- | --- |
| Gráfico, Gráfico de líneas  Descripción generada automáticamente  (Interpretación física de una integral) | En este caso:  Considerando que si están en metros sobre segundo y en metros, significa que la distancia que recorrió el móvil (área bajo la curva) en el intervalo es 8 metros. |